Группа ЭК-14

03.02.2022-09.02.2022

(работы высылайте 09.02 на e-mail: oatarashkina@mail.ru)

Задание:
1.Изучите конспект урока
2. Выполните задания

Конспект урока:

ТЕМА: **Логарифмические уравнения**

Уравнение называется *логарифмическим,* если его переменные содержатся только под знаками логарифмов.

Простейшими логарифмическими уравнениями называют уравнения вида

$$\log_a x = b, \text{ где } a > 0 \text{ и } a \neq 1.$$

По определению логарифма при любом действительном b такое уравнение имеет единственное решение $x = a^b$.

Решение других логарифмических уравнений основывается на свойствах логарифмической функции, определении и свойствах логарифма.

Решая логарифмические уравнения, нужно установить область допустимых значений уравнения или осуществить проверку полученных корней.

Для логарифмических уравнений общего метода решения нет, однако можно выделить несколько групп уравнений, для решения которых используются определённые способы. Рассмотрим эти способы на конкретных примерах.

I. По определению логарифма.

Пример 1. Решите уравнение $\log_2 (x^2 - 4x + 12) = 3$.

Решение. По определению логарифма $2^3 = x^2 - 4x + 12$. Решим полученное уравнение: $x^2 - 4x + 12 = 8$, $x^2 - 4x + 4 = 0$, отсюда $(x - 2)^2 = 0$ и $x = 2$.

Проверка. $\log_2(2^2 - 4 \cdot 2 + 12) = \log_2 8 = 3$.

Ответ. 2.

Простейшими логарифмическими уравнениями называют уравнения вида

$$\log_a x = b, \text{ где } a > 0 \text{ и } a \neq 1.$$

По определению логарифма при любом действительном b такое уравнение имеет единственное решение $x = a^b$.

Пример:

$\log_2 (x+5) = 1;$

Решение:

$\log_2(x+5) = 1$

$x+5 = 2^1$

$x+5 = 2$

$x = 2-5$

$x = -3$

Проверка:

$\log_2(-3+5) = 1$

$\log_2 2 = 1$

Ответ: -3

Задание 1.

Решите уравнения:

а) $\log_5 (x-1) = 2;$ б) $\log_2 (x^2+3x) = 2;$

в) $\log_2 (x^2-1) = 3;$ г) $\log_x (x^2-3x+6) = 2.$

II. По свойствам логарифмов и логарифмической функции.

Пример 3. Решите уравнение

$\log_2 (x-3) + \log_2 (x-1) = 3 + \log_2 (x-4).$

Решение. Представим число 3 как логарифм по основанию 2: $3 = \log_2 8$. Воспользуемся свойством $\log_2 a + \log_2 b = \log_2 ab$ и запишем уравнение в виде

$$\log_2 (x-3)(x-1) = \log_2 8(x-4).$$

Согласно утверждению 1 (см. с. 60) имеем: $(x-3)(x-1) = 8(x-4)$. Решим это уравнение:

$x^2-4x+3 = 8x-32$, или $x^2-12x+35 = 0$, отсюда $x_1 = 5$, $x_2 = 7$.

Проверку сделайте самостоятельно.

Ответ. 5; 7.

Логарифмом числа b по основанию a ($a > 0$; $a \neq 1$) называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить b.

То есть, если $a^x = b$, то $x = \log_a b$ $(b > 0, a > 0, a \neq 1)$.

Свойства логарифмов:

$\log_a 1 = 0$; $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$; $\log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b$;

$\log_a a = 1$; $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$; $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$;

$a^{\log_a b} = b$; $\log_a x^p = p\log_a x$; $\log_a x = \frac{1}{\log_b a} \cdot \log_b x$.

Задание 2.

Используя свойства логарифмов, решите уравнение

а) $\log_{12}(x-3) + \log_{12}(x-2) = 1$;

б) $1 + \log_5(2x-1) = \log_5(7x+4)$;

в) $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-3)$;

г) $2\log_3 x = 1 + \log_3(2x-3)$.